

## Práctico N° 2

### Lógica proposicional

**Temas:** proposiciones simples y compuestas, formas proposicionales, fórmulas bien formadas, conectivos, tabla de verdad, tautología, contradicción, expresiones consistente o contingentes, leyes lógicas, equivalencias, circuitos booleanos. (Material de estudio)

1. Dadas las siguientes frases **indicar** cuáles son **proposiciones simples**:

- a) Argentina es campeón del mundo.
- b) 25 es mayor que 40.
- c) Prohibido girar en U
- d) En Agosto comienza la primavera.
- e) Todo número imaginario elevado a la cero da uno.
- f) ¿Cenamos?
- g) El 20 % de 50 es 30.
- h) El martes no iré a clase.
- i) San Martín es el máximo héroe argentino.
- j) Soña!
- k) Quizás no fue oportuno comunicárselo por teléfono.

2. Dadas las siguientes **oraciones**, **indicar** cuáles son **proposiciones cerradas**:

- a)  $X^2 > 36$
- b) 5 es menor que 3
- c) Algunos políticos son honestos
- d) Es hervívoro si se alimenta de plantas
- e) La materia ni se crea ni se destruye
- f)  $Y^2 = X^2 + 5X + 3$
- g) Alguien es un actor famoso
- h) Raúl es un número imaginario
- i)  $\sqrt{144} = 11$
- j) El respeto es un valor
- k) Guatemala es un país productor de azúcar
- l) X es un país productor de azúcar

3. Dadas las siguientes proposiciones simples:

**P** = La luna es un satélite.

**Q** = La luna tiene luz propia.

**R** = La luna sale por el oeste.

Formular los enunciados correspondientes a las siguientes **formas proposicionales**:

- a)  $(P \wedge Q)$
- b)  $(P \wedge \neg Q)$
- c)  $\neg(P \wedge Q)$
- d)  $(R \vee (P \wedge Q))$
- e)  $(\neg Q \wedge \neg R)$
- f)  $((Q \wedge \neg P) \Rightarrow R)$

4. Indicar si las siguientes proposiciones son **fórmulas bien formadas** (en caso de no serlo explicar la razón):
- $(Q \wedge \neg(\neg P \vee R))$
  - $(P \oplus \neg S)$
  - $\neg(A \Rightarrow B \neg C) \wedge A$
  - $(\neg(P \wedge Q) \Leftrightarrow (S \vee (\Leftrightarrow R)))$
  - $Q \Rightarrow (P \vee \neg \neg R)$
5. Identificar y designar con letras (A, B, C, ...) las **proposiciones simples (elementales)** y escribir, las **proposiciones compuestas** utilizando los símbolos de lógica proposicional.
- Mañana no iré a basket.
  - No es cierto que no me guste bailar
  - Tanto el padre como el hijo son melónamos
  - Estudio o trabajo, pero, no trabajo si tomo mis vacaciones.
  - Roberto es profesor o estudiante de matemática
  - Si estudio puedo o no aprobar el examen, pero si no estudio seguro que no aprobaré el examen.
  - Vallejo fue escritor, poeta y revolucionario.
  - Ni voy el Lunes ni voy el Martes, yo voy el Miércoles.
  - Puedo verte en la webcam únicamente cuando vos ponés videollamada.
  - Que yo lea la teoría es necesario para resolver las actividades prácticas.
  - El Sr. Pérez es feliz si la Sra. Pérez es feliz y la Sra. Pérez es feliz si el Sr. Pérez es feliz.
  - Es falso que un kilo de papas es el peso de un litro de agua.
  - Javier nació en Buenos Aires o en Uruguay.
  - Un polígono es un triángulo si y sólo si tiene 3 lados
6. Determinar el valor de las siguientes proposiciones, sabiendo que P y R son verdaderas y Q es falsa.
- $((P \wedge \sim Q) \vee \sim R) \Rightarrow Q$
  - $((\sim R \vee Q) \wedge (R \vee \sim Q)) \Leftrightarrow \sim R$
  - $((\sim P \Rightarrow Q) \Rightarrow \sim R) \vee (\sim Q \Rightarrow R)$
7. Determinar usando **tablas de verdad** si las siguientes expresiones son **tautologías, contradicciones, expresiones consistentes y/o contingencias**:
- $(P \Rightarrow (\neg Q \Leftrightarrow S))$
  - $\neg((P \vee Q) \wedge \neg P \Rightarrow Q)$
  - $(( (P \Rightarrow Q) \wedge \neg Q) \Rightarrow P)$
  - $P \wedge \neg((P \oplus Q) \vee R)$
  - $((P \Rightarrow Q) \wedge (P \Rightarrow \neg Q))$
  - $((P \oplus Q) \wedge (P \Rightarrow \neg Q))$
8. Para cada una de las fórmulas bien formadas que siguen, escribir otra **lógicamente equivalente**. Justificar en cada paso qué reglas o equivalencias se aplicaron:
- $\neg(P \vee Q)$
  - $((P \vee Q) \Rightarrow P)$
  - $\neg(R \Leftrightarrow Q)$

9. Dada la siguiente **tabla de verdad**:

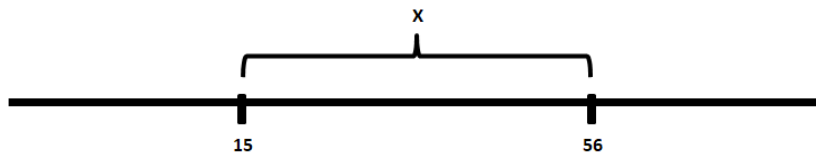
P	Q	?
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

- Determinar qué conectiva representa.
- Sin usar tablas de verdad, determinar si la expresión obtenida en a, es equivalente a la siguiente:

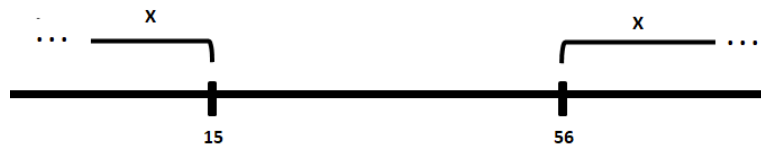
$$((P \wedge P) \vee \neg Q) \wedge (\neg P \vee (Q \wedge Q))$$

**Nota:** justificar *cada paso indicando las leyes o equivalencias utilizadas.*

10. Escribir una **expresión** que indique que un número entero X se encuentra en el rango entre el 15 y el 56.



11. Escribir una **expresión** que indique que un número entero X NO se encuentra en el rango entre el 15 y el 56.



12. Dada las siguientes expresiones completar la siguiente tabla

Expresión	Definir en palabras la expresión	Dar tres valores donde la expresión me dará <b>VERDADERO</b>	Dar tres valores donde la expresión me dará <b>FALSO</b>
$X > 20 \vee X < -50$			
$X \geq 0 \wedge X \leq 10$			
$X = 0 \vee X = 2 \vee X = 3 \vee X = 40$			
$(X \geq 0 \wedge X \leq 10) \vee (X = 100)$			

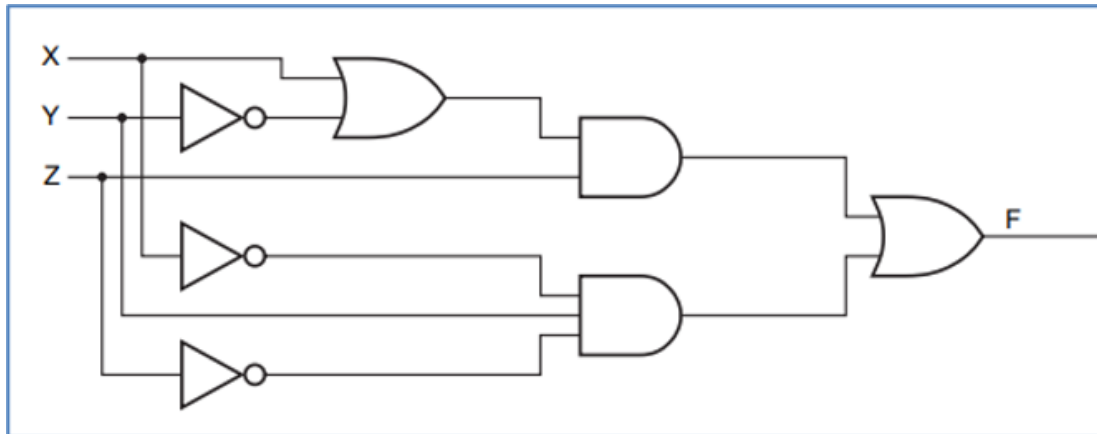
13. Representar las siguientes proposiciones lógicas usando **circuitos booleanos**:

- $R = \neg(\neg A \oplus \neg B)$
- $R = ((\neg A \vee B) \wedge (\neg A \Rightarrow B))$
- $R = ((A \wedge B) \vee (A \wedge B \wedge C))$
- $R = (A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B)$        $C = (A \wedge B)$

Indicar el resultado de los dos primeros circuitos cuando:

- A es 1 (*verdadero*) y B es 0 (*falso*)
- A es 1 (*verdadero*) y B es 1 (*verdadero*)

14. Dado el **circuito booleano**

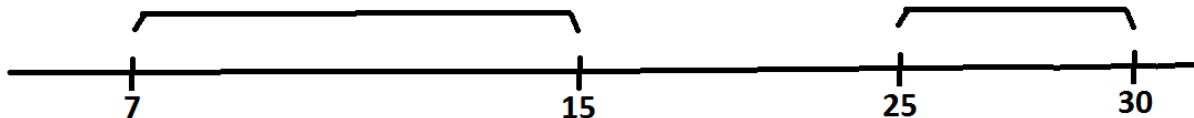


Se pide:

- Armar la proposición lógica correspondiente.
- Construir la tabla de verdad para la expresión obtenida en el punto a.
- Evaluar la salida del circuito con los siguientes valores de X, Y y Z: 0-0-1 y 1-0-1

### Ejercicios opcionales

- Escribir una expresión que indique que un número entero se encuentra en el rango entre el 7 y el 15 o entre el 25 y el 30.



- Encontrar una expresión equivalente para cada una de las siguientes expresiones:

- $(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$
- $\neg(P \wedge P)$
- $\neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge Q))$

- Si A y B son enunciados verdaderos y X e Y son enunciados falsos, indicar cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos.

- $((A \Rightarrow X) \Rightarrow Y) \Rightarrow (A \Rightarrow (X \Rightarrow Y))$
- $(A \Rightarrow (X \Rightarrow Y)) \Rightarrow ((A \Rightarrow X) \Rightarrow Y)$

- Usando **circuitos booleanos**, representar las siguientes conectivas:

- $A \Rightarrow B$

b.  $A \oplus B$

c.  $A \Leftrightarrow B$

5. Probar que la negación ( $\neg$ ) y la disyunción ( $\vee$ ) forman un **conjunto adecuado de conectivas**. Es decir, que se puede expresar el resto de las conectivas ( $\wedge, \Leftrightarrow, \Rightarrow$  y  $\oplus$ ) utilizando únicamente estas dos.

Un **conjunto adecuado de conectivos** es un conjunto tal que: toda proposición es representada por una fórmula bien formada en la que sólo aparezcan conectivos de dicho conjunto.

6. Probar si la conectiva condicional ( $\Rightarrow$ ) verifica las propiedades asociativa y conmutativa.
7. Probar si la conectiva conjunción ( $\wedge$ ) verifica las propiedades asociativa y conmutativa.
8. Probar si la suma lógica (**or**) verifica la propiedad distributiva respecto del producto lógico (**and**). Es decir:  $(A \vee (B \wedge C)) \cong (A \vee B) \wedge (A \vee C)$