Práctico Nº 2
Lógica proposicional

Temas: *proposiciones simples y compuestas, formas proposicionales, fórmulas bien formadas, conectivos, tabla de verdad, tautología, contradicción, expresiones consistente o contingentes, leyes lógicas, equivalencias, circuitos booleanos.* (Material de estudio)

1. Dadas las siguientes frases **indicar** cuáles son **proposiciones simples**:
    a. Argentina es campeón del mundo.
    b. 25 es mayor que 40.
    c. Prohibido girar en U
    d. En agosto comienza la primavera.
    e. Todo número imaginario elevado a cero da uno.
    f. ¿Cenamos?
    g. El 20 % de 50 es 30.
    h. El martes no iré a clase.
    i. San Martín es el máximo héroe argentino.
    j. Soña!
    k. Quizás no fue oportuno comunicárselo por teléfono.

2. Dadas las siguientes **aseveraciones,** indicar en cada caso si es **proposición cerrada o no. Justifique su respuesta:**
    a. X2>36
    b. 5 es menor que 3
    c. Algunos políticos son honestos
    d. Es herbívoro si se alimenta de plantas
    e. La materia ni se crea ni se destruye
    f. $Y^2 = X^2 + 5X + 3$
    g. Alguien es un actor famoso
    h. Raúl es un número imaginario
    i. $\sqrt{144} = 11$
    j. El respeto es un valor
    k. Guatemala es un país productor de azúcar
    l. X es un país productor de azúcar

3. Dadas las siguientes proposiciones simples:

    P = La luna es un satélite.
    Q = La luna tiene luz propia.
    R = La luna sale por el oeste.

   Formular los enunciados correspondientes a las siguientes **formas proposicionales**:
    a. $(P \land Q)$
    b. $(P \land \neg Q)$
    c. $\neg(P \land Q)$
    d. $(R \lor (P \land Q))$
    e. $(\neg Q \land \neg R)$
    f. $((Q \land \neg P) \Rightarrow R)$

4. Indicar si las siguientes proposiciones son **fórmulas bien formadas** (en caso de no serlo explicar la razón):

a. $(Q \land \neg(\neg P \lor R))$
b. $\neg(A \Rightarrow B \neg C) \land A$
c. $(\neg (P \land Q) \Leftrightarrow (S \lor (\Leftrightarrow R)))$
d. $Q \Rightarrow (P \lor \neg \neg R)$
e. $(P\neg \land Q\neg) \oplus (S \lor (\neg R))$
f. $(P \oplus \neg S)$
g. $Q \land (P \lor \neg \Leftrightarrow \neg R)$
h. $(P \neg S) \land (P \lor R)$

5. Identificar y designar con letras (A, B, C, …) las **proposiciones simples (elementales)** y escribir, las **proposiciones compuestas** utilizando los símbolos de lógica proposicional.

a. Jamás he visto al vecino.
b. No es cierto que no me guste bailar.
c. Tanto el padre como el hijo son melómanos
d. Estudio o trabajo, pero, no trabajo si tomo mis vacaciones.
e. Roberto es profesor o estudiante de matemáticas.
f. Roberto es profesor ó estudiante de matemáticas.
g. Si estudio puedo o no aprobar el examen, pero si no estudio seguro que no aprobaré el examen.
h. Vallejo fue escritor, poeta y revolucionario.
i. María y José le regalaron una bicicleta a Pedro.
j. Ni voy el lunes ni voy el martes, yo voy el miércoles.
k. Juana trabaja despacio pero sin pausa.
l. Que yo lea la teoría es necesario para resolver las actividades prácticas.
m. El Sr. Pérez es feliz si la Sra. Pérez es feliz y la Sra. Pérez es feliz si el Sr. Pérez está feliz.
n. Javier nació en Buenos Aires o en Uruguay.
o. Un polígono es un triángulo si y sólo si tiene 3 lados.
p. Juan es soltero o casado.
q. Sólo si estudias aprobarás.
r. Una lógica se dice paraconsciente si puede ser la lógica de teorías inconscientes pero no triviales.
s. Sólo si prometes no alarmarte te contaré lo que pasó.

6. Determinar el valor de las siguientes proposiciones, sabiendo que P y R son verdaderas y Q es falsa.

a. $((P \land \sim Q) \vee \sim R) \Rightarrow Q$
b. $((\sim R \vee Q) \land (R \vee \sim Q)) \Leftrightarrow \sim R$
c. $[((\sim P \Rightarrow Q) \Rightarrow \sim R) \vee (\sim Q \Rightarrow R)]$

7. Determinar usando **tablas de verdad** si las siguientes expresiones son **tautologías, contradicciones, expresiones consistentes y/o contingencias:**

a. $(P \Rightarrow (\neg Q \Leftrightarrow S))$
b. $\neg ((P \lor Q) \land \neg P \Rightarrow Q)$
c. $(((P \Rightarrow Q) \land \neg Q) \Rightarrow P)$
d. $P \land \neg ((P \oplus Q) \lor R)$
e. $((P \Rightarrow Q) \land (P \Rightarrow \neg Q))$
f. $((P \oplus Q) \land (P \Rightarrow \neg Q))$

8. Para cada una de las fórmulas bien formadas que siguen, escribir otra **lógicamente equivalente**. Justificar en cada paso qué reglas o equivalencias se aplicaron:

a. $\neg(P \lor Q)$
b. $((P \lor Q) \Rightarrow P)$
c. $\neg(R \Leftrightarrow Q)$

9. Para cada una de las siguientes proposiciones encuentre una **fbf** equivalente utilizando solamente el conjunto adecuado de conectivos solicitado. Aplique las leyes de la lógica proposicional y justifique cada paso.

a. $\neg(P \land (\neg Q \lor R))$ conjunto adecuado de conectivos $\{\neg, \lor\}$
b. $\neg A \oplus B$ conjunto adecuado de conectivos $\{\neg, \lor, \land\}$

10. Dada la siguiente **tabla de verdad**:

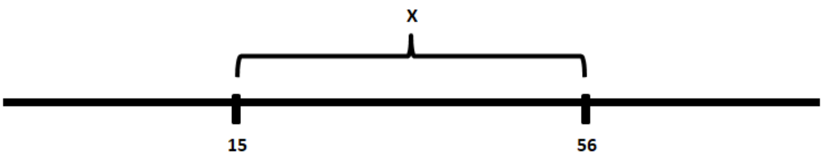
P	Q	**?**
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

a. Determinar qué conectiva representa.
b. Sin usar tablas de verdad, determinar si la expresión obtenida en a, es equivalente a la siguiente:

$$((P \land P) \lor \neg Q) \land (\neg P \lor (Q \land Q))$$

Nota: justificar *cada paso indicando las leyes o equivalencias utilizadas.*

11. Escribir una **expresión** que indique que un número entero X se encuentra en el rango entre el 15 y el 56. Indique si es posible obtener el valor de verdad de la expresión resultante, justifique su respuesta.



12. Escribir una **expresión** que indique que un número entero X NO se encuentra en el rango entre el 15 y el 56. Indique si es posible obtener el valor de verdad de la expresión resultante, justifique su respuesta.

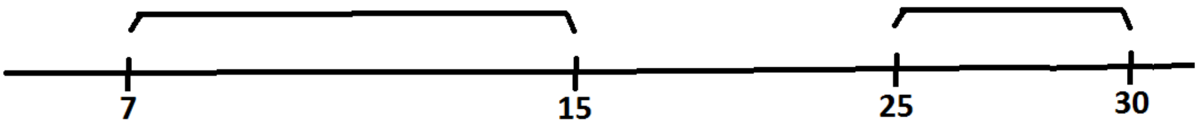
13. Dada la expresión:

Expresión: $((-1 \leq X \lor X \leq 1) \land (18 \leq X \lor X \leq 65))$

Enunciado: *"un número entero se encuentra en el rango entre el -1 y el 1 o entre el 18 y el 65"*

a. Indique si hay correspondencia entre la expresión y el enunciado
b. Indique si es posible obtener el valor de verdad de la expresión, justifique su respuesta.

14. Escribir una expresión que indique que un número entero se encuentra en alguno de los siguientes rangos:

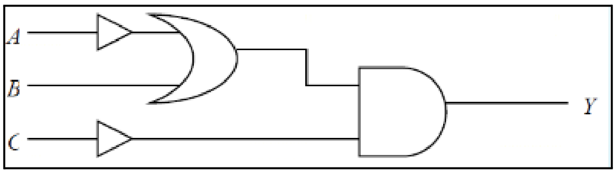


15. Analizar el circuito booleano y determinar cuál es la proposición lógica representada.

a. Y = (A ∧ B) ∨ ¬C

b. Y = (¬A ∨ ¬B) ∧ C

c. Y = (A ⇒ B) ∧ ¬C



16. Representar las siguientes proposiciones lógicas usando **circuitos booleanos**:

a. R= ((A∧B)∨(A∧B∧C))

b. R = (A ∧ ¬B) ∨ (¬A ∧ B)   S = (A ∧ B)

c. R= ((¬A∨B)∧(¬A⇒B))

d. S= (P⇒ $(Q \Leftrightarrow R)$)

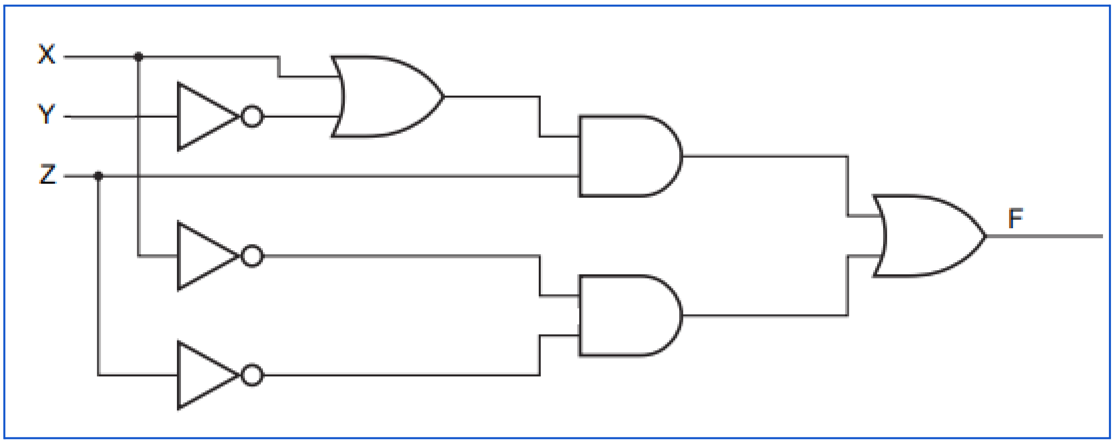
e. R= ¬(¬A⊕¬B)

Indicar el resultado de los dos primeros circuitos cuando:

a. A es 1 (*verdadero*) y B es 0 (*falso*)

b. A es 1 (*verdadero*) y B es 1 (*verdadero*)

17. Dado el **circuito booleano**



Se pide:

a. Armar la proposición lógica correspondiente.

b. Construir la tabla de verdad para la expresión obtenida en el punto a.

c. Evaluar la salida del circuito con los siguientes valores de X, Y y Z: 0–0–1 y 1-0-1

Ejercicios opcionales

1. Encontrar una expresión equivalente para cada una de las siguientes expresiones:

a. $(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$

b. $\neg(P \wedge P)$

c. $\neg(\neg (P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge Q))$

2. Si A y B son enunciados verdaderos y X e Y son enunciados falsos, indicar cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos.

a. $((A \Rightarrow X) \Rightarrow Y) \Rightarrow (A \Rightarrow (X \Rightarrow Y))$

b. $(A \Rightarrow (X \Rightarrow Y)) \Rightarrow ((A \Rightarrow X) \Rightarrow Y)$

3. Usando **circuitos booleanos**, representar las siguientes conectivas:

a. $A \Rightarrow B$

b. $A \oplus B$

c. $A \Leftrightarrow B$

4. Probar que la negación ($\neg$) y la disyunción ($\vee$) forman un **conjunto adecuado de conectivas**. Es decir, que se puede expresar el resto de las conectivas (**$\wedge$,$\Leftrightarrow$, $\Rightarrow$ y** $\oplus$) utilizando únicamente estas dos.

Un **conjunto adecuado de conectivos** es un conjunto tal que: toda proposición es representada por una fórmula bien formada en la que sólo aparezcan conectivos de dicho conjunto.

5. Probar si la conectiva condicional ($\Rightarrow$) verifica las propiedades asociativa y conmutativa.

6. Probar si la conectiva conjunción ($\wedge$) verifica las propiedades asociativa y conmutativa.

7. Probar si la suma lógica (**or**) verifica la propiedad distributiva respecto del producto lógico (**and**). Es decir: $(A \vee (B \wedge C) \cong (A \vee B) \wedge (A \vee C)$